

طعم شیرین حل مسئله

در تابستان

حمید دافعی

دبیر ریاضی ناحیه ۲ زنجان و آموزشگر ریاضی
دانشگاه فرهنگیان

اوایل مرداد ماه امسال بود که مدیر دبیرستان متوسطه اولی که سه سال است در آنجا تدریس می‌کنم، با من تماس گرفت و پیشنهاد برگزاری کلاس تقویتی ریاضی برای برخی از دانش‌آموزانی را که برای سال تحصیلی ۹۸-۹۷ در پایه هفتم آن دبیرستان ثبت نام کرده بودند، داد. مدیر توضیح داد که این کلاس برای کسانی برگزار خواهد شد که نمرات ریاضی پایه ششم آن‌ها در حد «خیلی خوب» یا «خوب» نیست و صرفاً برای تقویت پایه ریاضی دانش‌آموزانی است که از دوره ابتدایی وارد دوره متوسطه اول می‌شوند و برگزاری امتحان هم در پایان دوره اجباری نیست.

به دلیل اینکه سابقه تدریس به معلمان و دانشجو معلمان دوره ابتدایی را در دانشگاه فرهنگیان داشتم و با مباحث و موضوعات ریاضیات دوره ابتدایی و شیوه تدریس آن‌ها آشنایی کامل داشتم، پیشنهاد مدیر را پذیرفتم. با توجه به اینکه در تابستان سال‌های گذشته نیز چند مورد تجربه تدریس در کلاس‌های به ظاهر تقویتی را به دانش‌آموزان متوسطه دوره اول و دوم که در درس ریاضی تجدید شده بودند داشتم و در این گونه کلاس‌ها شاهد بی‌انگیزگی و حضور اجباری دانش‌آموزان- آن هم فقط برای گرفتن نمره قبولی- و نه برای یادگیری و تقویت پایه ریاضی! بودم، تصمیم گرفتم از فرصت پیش آمده استفاده کنم و برای اولین بار هم که شده!- در طول ۱۸ سال سابقه تدریسم- از قالب کلیشه‌ای (درس- امتحان- نمره) فاصله بگیرم و

اشاره

به دلیل اهمیت نقش معلم، برنامه‌های آموزش معلمان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مجله رشد آموزش ریاضی در نظر دارد که این مهم را به عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطه نزدیک‌تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلم می‌جوشد، بپردازند. آن‌گاه نظریه‌ها به عمل درمی‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند هم‌چنان ادامه پیدامی‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیت تجربه‌های خود واقف شوند و با پویایی به غنی‌تر کردن آن‌ها بپردازند.

در ضمن، گاهی هم به جای شنیدن روایت از زبان معلم، می‌توان کلاس وی را مورد مشاهده قرار داده و پس از تأیید همان معلم، روایت را از زبان مشاهده‌گر شنید.

رشد آموزش ریاضی

کلاسی متفاوت با آنچه تاکنون داشته‌ام، تجربه کنم. متأسفانه نگرانی تمام کردن محتوای کتاب‌های درسی در زمان‌های معمولاً ناکافی برای درس‌های ریاضی در همه سال‌هایی که تدریس کرده‌ام، به‌عنوان معلم کلاس، همیشه همراه من بوده است. از طرفی اضطراب و ترس ناشی از امتحان و نمره به‌عنوان یک عامل اضطراب‌آور برای بیشتر دانش‌آموزان در کلاس‌های ریاضی محسوب می‌شود. چون هیچ سابقه تدریس رسمی به دانش‌آموزان دوره ابتدایی را نداشتم، لذا برای شروع کار و ایجاد انگیزه در دانش‌آموزان آن هم در وسط تابستان، تصمیم گرفتم از رویکرد آموزشی «حل مسئله» در این دوره استفاده کنم. برای این منظور، به دنبال مسئله‌هایی بودم که علاوه بر ملموس، جذاب و چالش برانگیز بودن برای دانش‌آموزان، با مفاهیم و موضوع‌های ریاضی دوره ابتدایی مرتبط بوده و حداقل با یکی از راهبردهای حل مسئله، حل شوند. برخی از راهبردهای حل مسئله که در ریاضیات دوره ابتدایی مورد استفاده قرار می‌گیرند عبارتند از:

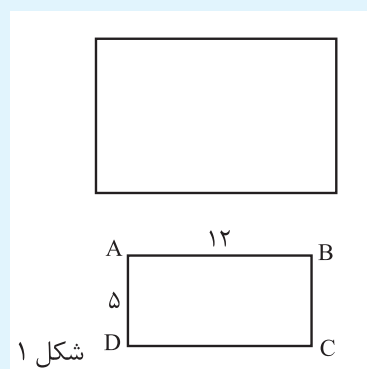
- حدس و آزمایش؛
- الگویابی؛
- رسم شکل؛
- الگوسازی؛
- حذف حالت‌های نامطلوب؛
- روش نمادین؛
- زیر مسئله نویسی؛
- استفاده از مسئله مشابه و ساده‌تر.

رویکرد آموزشی «حل مسئله» را به دو دلیل برای این دوره انتخاب کردم: دلیل اول این بود که یکی از ضعف‌های اساسی دانش‌آموزانی که در مدارس متوسطه اول و دوم به آن‌ها تدریس کرده بودم، مربوط به حل مسئله و استفاده از راهبردهای حل مسئله می‌شد. دلیل دوم اهمیت و ضرورت رویکرد آموزشی حل مسئله در برنامه درسی ریاضی دوره ابتدایی و دوره‌های بالاتر بود. مثلاً فصل اول کتاب درسی ریاضی پایه هفتم به آموزش راهبردهای حل مسئله اختصاص یافته است.

برای ایجاد تنوع و تفاوت در دوره‌ای که می‌خواستم برگزار کنم، در اولین جلسه شروع کلاس، به دانش‌آموزان گفتم در این کلاس، برای حل مسئله‌ها نمره‌ای داده نخواهد شد و در پایان دوره نیز هیچ امتحانی از آن‌ها گرفته نمی‌شود ولی دانش‌آموزان باید مسئله‌های مطرح شده

را به صورت گروهی حل کنند و هر گروهی که بتواند مسئله‌ای را درست حل کند و روش حل خود را خوب توضیح دهد، توسط گروه‌های دیگر تشویق خواهد شد. با شنیدن این حرف‌ها، همه دانش‌آموزان به وجد آمده و موافقت خود را با گفتن کلماتی مانند چشم آقا... حتماً... اینجوری خیلی خوبه و ... بیان نمودند. لازم به ذکر است که این دوره به مدت ۱۰ جلسه ۹۰ دقیقه‌ای در طول دو هفته برگزار شد و تعداد دانش‌آموزان شرکت‌کننده در آن، ۲۴ نفر بودند. همچنین در هر جلسه، دو یا سه مسئله مورد بحث و بررسی قرار می‌گرفت و بقیه زمان کلاس، صرف بازی‌های آموزشی ریاضی (مانند بازی هوپ- شمارش اعداد به صورت برعکس از ۵۰ تا ۱ و گفتن کلمه هوپ به جای مضارب ۳) و مرور برخی از مفاهیم اساسی ریاضی دوره ابتدایی مانند مساحت و محیط شکل‌های هندسی، عملیات با کسرها و ... به صورت مفهومی با استفاده از دست‌سازها و نرم‌افزار، اختصاص یافت. در ادامه به چند نمونه از مسئله‌هایی که در طول دوره برای دانش‌آموزان مطرح شدند، اشاره می‌شود:

مسئله ۱. مستطیل ABCD، ۱۲ سانتی‌متر طول و ۵ سانتی‌متر عرض دارد (شکل ۱). ابعاد مستطیل دیگری را پیدا کنید که محیط آن دو برابر محیط مستطیل ABCD و مساحت آن نیز دو برابر مساحت مستطیل ABCD باشد (توکلی صابری، ۱۳۶۸).



با توجه به اینکه دانش‌آموزان در دوره ابتدایی با مفهوم محیط و مساحت و روش محاسبه آن‌ها آشنایی داشتند، بیشتر آن‌ها برای حل این مسئله، ابتدا با رسم یک مستطیل و نوشتن طول و عرض آن، سعی در یافتن ابعاد مستطیل مورد نظر را داشتند، خیلی از گروه‌ها بدون اینکه از روش گروه‌های دیگر مطلع باشند، برای

حل این مسئله از راهبرد «حدس و آزمایش» استفاده کردند و در نهایت، به جواب مسئله رسیدند. در واقع برای حل این مسئله، دانش‌آموزان از طریق حدس زدن و آزمایش کردن اعداد، به دنبال دو عدد بودند که ضرب آن‌ها ۱۲۰ و جمع آن‌ها ۳۴ شود.

مسئله ۲. بدون استفاده از ماشین حساب یا ضرب مستقیم و با توجه به ضرب‌های زیر، حاصل ۹۹×۹۹ را به‌دست آورده و روش خود را توضیح دهید (جی. ال. مارتین و همکاران، ۲۰۰۹).

$$\begin{array}{ll} ۱ \times ۳ = ۳ & ۲ \times ۲ = ۴ \\ ۲ \times ۴ = ۸ & ۳ \times ۳ = ۹ \\ ۳ \times ۵ = ۱۵ & ۴ \times ۴ = ۱۶ \\ \dots & \dots \end{array}$$

وقتی روش حل گروه‌هایی را که به این مسئله پاسخ درست داده بودند بررسی کردم، آن‌ها از روش «الگویابی» برای یافتن پاسخ ۹۹×۹۹ استفاده کرده بودند. در واقع با کشف الگوهای موجود در ضرب‌های بالا و جواب آن‌ها، دانش‌آموزان توانستند جواب ۹۹×۹۹ را به‌دست آورند.

مسئله ۳. کوچک‌ترین عدد چهار رقمی فرد را که رقم‌های آن با هم متفاوت است، از بزرگ‌ترین عدد سه رقمی زوج که رقم‌های آن نیز متفاوت است، کم می‌کنیم. حاصل برابر چه عددی است؟ (مسابقه ریاضی کانگورو، ۲۰۰۲).

چون دانش‌آموزان عدد نویسی و الگوریتم تفریق اعداد را بلد بودند، لذا بیشتر گروه‌ها برای حل این مسئله از راهبرد «حذف حالت‌های نامطلوب» برای یافتن اعداد مورد نظر و تفریق اعداد به‌دست آمده، استفاده کردند.

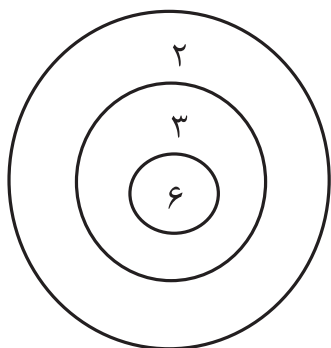
مسئله ۴. ویدا مربعی را که محیط آن ۲۰ سانتی‌متر بود برید. دو تا مستطیل ایجاد شد. محیط یکی از مستطیل‌ها ۱۶ سانتی‌متر بود. محیط مستطیل دیگر چقدر است؟ (مسابقه ریاضی کانگورو، ۲۰۰۷).

بیشتر دانش‌آموزان برای حل این مسئله، از راهبرد «رسم شکل» و یا دست‌ورزی با کاغذ استفاده کردند و توانستند محیط مستطیل خواسته شده را پیدا کنند.

مسئله ۵. با پرتاب یک پیکان، می‌توانیم در صورت اصابت به هدف، ۲، ۳ یا ۶ امتیاز کسب کنیم (شکل ۲). در صورتی که پیکان به هدف نخورد، امتیاز ۰ خواهد

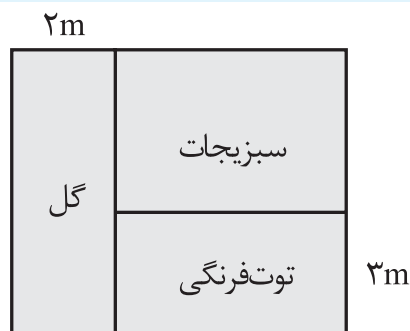
بود. با پرتاب دو پیکان، چند امتیاز مختلف، ممکن است کسب کنیم؟ (مسابقه ریاضی کانگورو، ۲۰۰۸).

برای حل این مسئله نیز دانش‌آموزان از راهبرد «الگوسازی» استفاده کردند. بیشتر آن‌ها از امتیاز (۶، ۶) با فرض اینکه پیکان‌ها به مرکز هدف برخورد کنند، شروع کرده و سپس امتیاز (۶، ۳) و (۶، ۲) و ... در نهایت، به کمترین امتیاز یعنی (۰، ۰)، رسیدند با فرض اینکه هیچ کدام از پیکان‌ها به هدف برخورد نکنند.



شکل ۲

مسئله ۶. یک باغ مستطیل شکل به مساحت $۳۰ m^2$ به سه قسمت برای کاشت گل، سبزیجات و توت‌فرنگی تقسیم شده است (شکل ۳)، برخی ابعاد در شکل ۳ نشان داده شده است. می‌دانیم مساحت قسمت کاشت گل $۱۰ m^2$ است. مساحت قسمت کاشت سبزیجات چقدر است؟ (مسابقه ریاضی کانگورو، ۲۰۰۵).



شکل ۳

حل مسئله ۶، مستلزم تبدیل کردن آن به چند مسئله کوچک‌تر است؛ به‌طوری‌که با حل مسئله‌های کوچک که همان «زیر مسئله‌ها» هستند؛ مسئله اصلی حل شود. بیشتر مسئله‌ها در ریاضی یا در دنیای واقعی،

شامل چندین زیرمسئله‌اند. قبل از شروع کار روی این نوع مسائل، تشخیص زیر مسئله‌ها و ترتیب حل آن‌ها بسیار مهم است.

مسئله ۷. در دو جعبه، ۲۳۶ عدد سیب وجود دارد. جعبه دوم ۴۲ عدد بیشتر از جعبه اول سیب دارد. در هر کدام از جعبه‌ها، چند سیب وجود دارد؟ (دافعی و محمدی، ۱۳۹۳).

با توجه به اینکه اگر اعداد به کار رفته در مسئله بزرگ باشند، استفاده از روش‌های رسم شکل یا حدس و آزمایش به راحتی امکان‌پذیر نیست، لذا برخی از گروه‌ها مسئله زیر را از طریق نوشتن معادله یا همان «روش نمادین» حل کردند.

$$\begin{array}{c} \text{سیب‌های جعبه دوم} \\ \text{سیب‌های جعبه اول} \end{array} \quad \begin{array}{c} \boxed{} + \boxed{} + 42 = 236 \end{array}$$

مسئله ۸. برای تهیه یک روزنامه ۶۰ صفحه‌ای، به ۱۵ برگ کاغذ نیاز داریم که روی هم قرار گرفته و از وسط تا شده باشند. این صفحه‌ها پشت سر هم شماره‌گذاری می‌شوند. صفحه ۷ گم شده است. چه صفحه‌های دیگری در این روزنامه گم شده است؟ (مسابقه ریاضی کانگورو، ۲۰۱۰).

برای حل این مسئله، بیشتر گروه‌ها با روش «حل مسئله مشابه و ساده‌تر»، اقدام به حل مسئله نمودند. مثلاً برخی از دانش‌آموزان با روی هم قرار دادن ۳ یا ۴ برگه روی هم و حذف یکی از شماره صفحه‌ها، به دنبال یافتن صفحه‌های حذف شده و رابطه آن‌ها با شماره صفحه‌های دیگر بودند.

نتیجه‌گیری

یکی از تجربه‌های ارزشمندی که در طول برگزاری این دوره برایم حاصل شد، این بود که با وجود اینکه دانش‌آموزان شرکت‌کننده در این دوره، تقریباً جزو دانش‌آموزان متوسط در دوره ابتدایی بودند، ولی انگیزه، تلاش، پشتکار و ارائه راه‌حل‌های مختلف برای مسئله‌هایی که برای آن‌ها مطرح می‌شد، ستودنی و قابل تحسین بود. البته برای حل برخی از مسئله‌ها، آن‌ها را کمک و راهنمایی می‌کردم. برگزاری کلاس‌های ریاضی با رویکرد آموزشی «حل مسئله» به دور از اضطراب

نمره و امتحان، می‌تواند فضایی شاد و جذاب برای یادگیری واقعی ایجاد کند تا دانش‌آموزان، طعم شیرین حل مسئله را احساس کنند. البته مسئله‌هایی که در چنین دوره‌هایی برای دانش‌آموزان مطرح می‌شود، باید متناسب با توان و علاقه آن‌ها باشد. نکته‌ای که در پایان دوره برایم خیلی جالب بود، برخی از سؤال‌های معنادار و تأمل برانگیز دانش‌آموزان بود که به چند مورد از آن‌ها اشاره می‌شود:

- اجازه آقا ...! ریاضی هفتم هم همین جوری هستش ...!؟
- می‌شه زنگ‌های ریاضی، همیشه از این مسئله‌ها حل کنیم ...!؟
- می‌شه باز هم از این مسئله‌ها بگین تا تو خونه حل کنیم ...!؟
- سال بعد هم شما معلم ریاضی ما هستین ...!؟

و ...

سپاسگزاری

از عوامل اجرایی دبیرستان دوره متوسطه اول نبوت ناحیه ۲ زنجان، به‌ویژه آقای جواد ثبوتی، مدیر محترم دبیرستان که فرصت برگزاری این دوره ارزشمند را برای بنده فراهم نمودند، تقدیر و تشکر می‌شود.

منابع

۱. توکلی صابری، علی‌رضا. (۱۳۶۸). **از ریاضیات خود مطمئن شوید** (جلد دوم). دفتر امور کمک آموزشی و کتابخانه‌ها، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش، چاپ دوم.
۲. دافعی، حمید؛ محمدی، شبنم. (۱۳۹۳). **مسئله‌های باز-پاسخ و چالش برانگیز در ریاضیات دوره ابتدایی**. سیزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران. تهران: دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی.
۳. مارتین، جی. ال. و همکاران. (۱۳۸۹). **ریاضیات برای معلمان** (نسخه دانشجو-معلم). ترجمه شهرناز بخشعلی‌زاده. تهران: مدرسه، چاپ اول.
۴. سؤال‌ها و پاسخ تشریحی مسابقه ریاضی کانگورو (۲۰۱۴-۲۰۲۰). (۱۳۹۵). **ریاضیات کانگورو ۵ و ۶**. ترجمه زهره پندی. تهران: فاطمی. چاپ ششم.